**প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি**

**১. তিনটি বাস্তব উদাহরণ থেকে বহুপদী রাশি গঠন করো।**

**সমাধানঃ (i) টাকা জমানোর প্লান এর উদাহরণঃ**

রহিমের কাছে 100 টাকা আছে এবং সে প্রতি মাসে 50 টাকা করে জমাতে চায়। তাহলে n মাস পর তার জমা টাকার পরিমাণ S(n) হলে, উক্ত টাকা জমানোর প্লানের বহুপদী রাশিঃ S(n) = 50n + 100

**(ii) চাল-ডালের হিসাবের উদাহরণঃ**

করিম বাজারে গিয়ে দেখল প্রতি কেজি চাল ও ডালের দাম যথাক্রমে x ও y টাকা। তিনি 6 কেজি চাল ও 2 কেজি ডাল কিনলেন। তাহলে, করিম সাহেবের চাল ডাল বাবদ খরচকে আমরা নিন্মোক্ত বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি।

মোট খরচ = 6x + 2y

**(iii) জমির ক্ষেত্রফলের উদাহরণঃ**

সমরেশ বাবুর একখন্ড আয়তাকার জমি আছে যার দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y. তাহলে, সমরেশ বাবুর জমির ক্ষেত্রফলকে আমরা বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি যা নিন্মরুপ।

জমির ক্ষেত্রফল = xy

**২. নিচের নির্দেশনা মোতাবেক বহুপদী রাশির উদাহরণ দাও।**

i) এক চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী

ii) এক চলক, ত্রিমাত্রিক, চতুর্পদী

iii) দুই চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী

iv) দুই চলক, ত্রিসমমাত্রিক, ত্রিপদী

v) চার চলক, চক্রক্রমিক, চতুর্মাত্রিক

**সমাধানঃ** (i) 3x3-2x

(ii) 3x3-2x2-3x + 2

(iii) x3 + y3

(iv) x3 + x2y + xy2

(v) x4+y4+z4+m4

**[ আমাদের এই অংশ বা অধ্যায়ের নাম প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি, যা অনুশীলনীভিত্তিক সমাধান নিয়ে সাজানো। আমাদের সাথে থাকার জন্য ধন্যবাদ। ]**

**৩. উদাহরণ দাও:**

i) সমমাত্রিক, প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি,

ii) সমমাত্রিক, প্রতিসম বহুপদী রাশি কিন্তু চক্রক্রমিক নয়,

iii) সমমাত্রিক, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি কিন্তু প্রতিসম নয়,

iv) প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি, কিন্তু সমমাত্রিক নয়।

**সমাধানঃ** (i) x2+y2+z2

(ii) x2+y2 – z2

(iii) xy + yz + zx

(iv) x3+y3+z3 – 3x2y2z2

**৪. i) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে x4 - 3x2 + 1 কে 2x2 - 3 দ্বারা ভাগ করো।**

**সমাধানঃ** 2x2-3 )  x4 - 3x2 + 1 ( x2 –

            -( x4–x2 )

                    -x2 + 1

                   - (-x2 +  )

        -

∵ নির্ণেয় ভাগফল = x2 - -

**ii) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে 5x3 - 3x - 2 কে 3x - 2 দ্বারা ভাগ করো এবং ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে তোমার পাওয়া ভাগশেষের সত্যতা যাচাই করো।**

**সমাধানঃ** 3x – 2 ) 5x3 – 3x – 2 ( x2 + x –

– (5x3 – x2)

                     x2 – 3x

                  - ( x2 – x)

                                  - x – 2

                         - ( -x + )

       -

 ∵ প্রাপ্ত ভাগশেষ = -

ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রাপ্ত ভাগশেষের সত্যতা যাচাইঃ

এখানে, P(x) = 5x3 – 3x – 2

এবং 3x – 2, P(x) এর একটি উৎপাদক।

তাহলে, x =  ধরে P(x) এর মান নির্ণয় করি।

P () = 5 ()3 – 3 () – 2

   = 5. – 2 – 2

    =  – 4

=

= -

 = প্রাপ্ত ভাগশেষের সমান [সত্যতা যাচাই করা হলো]

**৫. নিচের বহুপদী রাশিগুলোর কোনটি বাস্তব মৌলিক রাশি তা নির্ণয় করো। যেগুলো বাস্তব মৌলিক রাশি নয় সেগুলোকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।**

**i) x2 - 5x - 14**

**সমাধানঃ** ধরি,P(x) = x2 - 5x – 14

এখন, x = 7 হলে,

P(7) = 72 – 5.7 –14 = 49– 35 – 14 =49 – 49 = 0

∵ (x-7), প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ x2 - 5x – 14 একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

**উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ** x2 - 5x – 14

= x2 – 7x + 2x -14

= x(x-7) +2(x-7)

= (x-7)(x+2)

**ii) x2 - 5x + 2**

**সমাধানঃ** আমরা জানি, ax2+ bx+ c = 0 এর ক্ষেত্রে,

x =

তাহলে, x2 - 5x + 2 = 0 এর ক্ষেত্রে,

বা, x =

x =

এখন একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য x2 - 5x + 2 কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, x2 - 5x + 2, [x ≠ 0] দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

**iii) 2x2 + 3x + 1**

**সমাধানঃ** ধরি,P(x) = 2x2 + 3x + 1

এখন, x = -1 হলে,

P(-1) = 2.(-1)2 + 3.(-1) + 1 = 2 – 3 +1 = 3 – 3 = 0

∵ (x+1), প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ 2x2 + 3x + 1 একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

**উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ** 2x2 + 3x + 1

= 2x2 + 2x + x +1

= 2x(x+1)+1(x+1)

= (x+1)(2x+1)

**iv) 3x2 + 4x – 1**

**সমাধানঃ** আমরা জানি,

ax2 + bx +c = 0 এর ক্ষেত্রে,

x =

তাহলে, 3x2 + 4x -1 = 0 এর ক্ষেত্রে,

বা, x =

x =

এখন একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য 3x2 + 4x - 1 কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, 3x2 + 4x -1, [x ≠ 0] দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

**৬. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:**

**i) x3 - 5x + 4**

**সমাধানঃ** ধরি, P(x) = x3 - 5x + 4

এখন, x=1 হলে,

P(1) = 13-5.1+4 = 1 – 5 + 4 = 0

তাহলে, (x-1) হলো  x3 - 5x + 4 এর একটি উৎপাদক।

অতএব, x3 - 5x + 4

= x2(x-1) + x(x-1) - 4(x-1)

= (x-1)(x2+x-4) [Ans.]

**ii) x3 - 3x2 + 3x - 2**

**সমাধানঃ** ধরি, P(x) = x3 - 3x2 + 3x - 2

এখন, x= 2 হলে,

P(2) = 23 –3.22 +3.2 –2 = 8– 12 +6 – 2= 14– 14 = 0

তাহলে, (x-2) হলো  x3 - 3x2 + 3x - 2 এর একটি উৎপাদক।

অতএব, x3 - 3x2 + 3x - 2

= x2(x-2) - x(x-2) + 1(x-2)

= (x-2)(x2-x+1) [Ans.]

**iii) x5 - 16xy4**

**সমাধানঃ** x5 - 16xy4

= x(x4-16y4)

= x{x4-(2y)4}

= x[{(x2)2-{(2y)2}2]

= x{x2+(2y)2}{(x2-(2y)2}

= x(x2+4y2)(x+2y)(x-2y) [Ans.]

**৭. একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য অন্য একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্যের বিপরীত গুণিতক। চৌবাচ্চা দুইটির দৈর্ঘ্যের যোগফল 3 ফুট হলে, তাদের আয়তনের যোগফল কত?**

**সমাধানঃ** ধরি, ১ম ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = x

∵ ২য় ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য =

শর্তানুসারে, x+ = 3

বা, x2 + 1 = 3x [উভয়পক্ষকে x দ্বারা গুণ করে]

বা, x2-3x+1 = 0

এখন, আমরা জানি,

ax2+bx+c = 0 এর ক্ষেত্রে,

x =

তাহলে, x2-3x+1 = 0 এর ক্ষেত্রে,

x =

বা, x =

বা, x = 0.38196 ফুট (প্রায়)

অথবা, x = 2.61803 ফুট (প্রায়)

বা, = 2.61803 ফুট (প্রায়)

অথবা,  = 0.38196 ফুট (প্রায়)

তাহলে, ঘনক দুইটির আয়তনের যোগফল

= x3 + ()3

= (0.38196)3 + (2.61803)3

= 18 ঘন ফুট (প্রায়) [Ans.]

**৮. আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:**

**i)**

**সমাধানঃ** এর সমাধান পরে দেওয়া হবে, ধন্যবাদ।

**ii)**

**সমাধানঃ** x2 + 1 ) x3 + 1 ( x

            -(x3 + x)

 -x + 1

এখানে, ভাগফল = x ও ভাগশেষ = -x+1

= x +   
= x -

অর্থাৎ,  একটি আংশিক ভগ্নাংশ।